

Kettenbrüche

$$\frac{a}{b} = q + \frac{1}{q_1 + \frac{1}{q_2 + \dots}} = K(q, q_1, \dots, q_n) \quad (\text{K-1})$$

$$\frac{b}{a} = K_1 = \frac{1}{K} = K_1(0, q, q_1, \dots, q_n) \quad (\text{K-2})$$

1.) Jeder gem. Bruch ist in einen endlichen Kett.Br. entwickelbar

2.) Jeder K.B. mit endl. Zahl von Teilnehmern ist in einen gewöhnlichen Bruch verwandelbar

$K_0, K_1, K_2 \dots$ Näherungsbrüche bis zur $0^{\text{ten}}, 1^{\text{ten}}, 2^{\text{ten}} \dots$ Stelle

$$3.) K_s = \frac{q_s \cdot Z_{s-1} + Z_{s-2}}{q_s N_{s-1} + N_{s-2}} = \frac{Z_s}{N_s} \quad (\text{K-3})$$

$$Z_s = q_s Z_{s-1} + Z_{s-2}; \quad N_s = q_s N_{s-1} + N_{s-2}$$

$$4.) N_s \cdot Z_{s-1} - Z_s [\cdot] N_{s-1} = (-1)^s \quad (\text{K-4})$$

$$5.) K_{s+1} - K_s = \frac{(-1)^s}{N_s \cdot N_{s+1}}; \quad |K_{s+1} - K_s| = \frac{1}{N_s \cdot N_{s+1}} \quad (\text{K-5})$$

$$6.) K_0 < K_1, K_2 < K_3, K_4 < K_5 \dots K_s < K_{s+1} \text{ s gerade} \quad (\text{K-6})$$

$$7.) K_1 > K_2, K_3 > K_4 \dots K_s > K_{s+1} \text{ s ungerade} \quad (\text{K-7})$$

$$8.) K_0 < K_2 < K_4 < K_6 \dots L \quad (\text{K-8})$$

$$K_1 > K_3 > K_5 > K_7 > L$$

od. $K_0 < K_2 < K_4$
 $K_2 < K_3 < K_4$
 $K_4 < K_5 < K_3$ } Jeder Näherungsbr. liegt zwischen seinen vorausgehenden
 Näherungsbrüchen

Mathematische Skizze

$$\text{Fehler } |K_s - K| = f < \frac{1}{N_s^2} \quad (\text{K-9})$$